UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE III	**STME : mention PHYSIQUE** **M1 Parcours Sciences Physiques et Chimiques** 2M80PC3E1	Année 2010/2011

PARTIEL DE PHYSIQUE ATOMIQUE ET SUBATOMIQUE

Mardi 1er mars 2011 - Durée 1h30

TOUT DOCUMENT INTERDIT

ETABLISSEMENT DU TERME RELATIVISTE DANS LA CORRECTION DE STRUCTURE FINE POUR L'ATOME D'HYDROGENE

1. Donner l'expression du moment cinétique de l'électron de masse m_e, situé au point M, par rapport à O emplacement -supposé fixe- du proton. Exprimer la condition de quantification de ce moment dans le cadre du modèle de Bohr et montrer, en les exprimant en fonction des paramètres $\hbar$, $e^2 = q_e^2/4\pi\varepsilon_0$ $-q_e$ charge de l'électron- et m_e, qu'elle implique celle des rayon $r = \left|\overrightarrow{OM}\right|$ et vitesse $v = \left|\vec{v}(M/R)\right|$, grandeurs classiques indicées d'un n par la suite dont on précisera la signification. Exprimer la vitesse réduite v_n / c de l'électron en fonction de α que l'on explicitera également, c représentant -par ailleurs- la célérité de la lumière dans le vide. Calculer cette vitesse réduite pour n = 2. Discuter quant à l'opportunité d'introduire un terme relativiste dans la description énergétique de l'atome d'hydrogène.

2. Exprimer l'énergie totale E_n de l'électron dans le cadre du modèle de Bohr en fonction des paramètres utilisés précédemment. Que vaut littéralement l'énergie d'ionisation E_I d'un atome d'hydrogène ? Calculer l'énergie totale pour le niveau n = 2, exprimée en fractions d'E_I puis en fonction de α.

3. La conservation du quadrivecteur impulsion - énergie en relativité restreinte permet d'exprimer l'énergie totale E de l'électron par la relation $E^2 = p^2c^2 + m_e^2c^4$, avec $p = \left|\vec{p}(M/R)\right|$ module de son impulsion.

   a. Donner l'expression du hamiltonien de l'atome d'hydrogène en effectuant un développement limité à l'*ordre 2* de l'énergie totale E de l'électron en puissance de p/m_ec. On distinguera l'énergie au repos de l'électron m_ec^2, du hamiltonien non relativiste –et non perturbé- H_0, du terme correctif W_{mv} en *p à la puissance quatrième* que l'on explicitera et dont on donnera également la signification physique. On rappelle le développement limité :

   $$(1+x)^a = 1 + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i!}\left(\prod_{j=0}^{i-1}(a-j)\right) x^i + o(x^n)$$

   b. Calculer les éléments de matrice $\langle W_{mv}\rangle_{2p}$ pour les orbitales *2p* en fonction de α, m_e et c. On donne $\langle W_{mv}\rangle_{n,l} = -1/(2m_ec^2)\left[(E_n)^2 + 2E_ne^2\langle 1/r\rangle_{n,l} + e^4\langle 1/r^2\rangle_{n,l}\right]$ ainsi que les moyennes $\langle 1/r\rangle_{2p} = 1/4a_0$ et $\langle 1/r^2\rangle_{2p} = 1/12a_0^2$. On précisera la signification physique du paramètre a_0 et on donnera son expression en fonction de α.

FACTEUR DE LANDE

Soit $\{|n,l,j,m_j\rangle\}$ le système de vecteurs propres communs aux opérateurs $\vec{L}^2, \vec{J}^2, \vec{S}^2$ et J_z. On se propose de calculer les éléments matriciels diagonaux de l'opérateur S_z dans ce système de vecteurs propres.

1. Après avoir explicité la nature physique de $\vec{J}$, montrer que ce vecteur est conservatif.
2. Si l'on représente classiquement le spin $\vec{S}$ par un vecteur, ce dernier précesse autour de $\vec{J}$ dans un état non perturbé. Par raison de symétrie, la valeur moyenne $\langle\vec{S}\rangle$ de $\vec{S}$ est un vecteur dirigé selon $\vec{J}$. Exprimer $\langle\vec{S}\rangle$ en fonction de $\vec{J}$.
3. On pose $\hbar m_j(g-1) = \langle n,l,j,m_j|S_z|n,l,j,m_j\rangle$, avec g le facteur de Landé. Le déterminer en fonction de j, l et s.